

Examen 2021 s2 : Physique Atomique et Moléculaire

24 juin 2022

-- TOUT DOCUMENT ET OBJET CONNECTÉ EST INTERDIT --

1. Question de cours

Dans le cas de l'atome d'hydrogène, les états $2s$ et $2p$ sont dégénérés, c.-à-d. ils ont la même énergie. En revanche, dans des atomes multi électroniques, décrits dans le cadre du modèle du potentiel central, cet dégénérescence est levée, c.-à-d. les niveaux $2s$ et $2p$ ont des énergies différentes. Expliquer brièvement l'origine de cette levée de dégénérescence dans ce cas, et donner l'ordre énergétique attendu.

2. Structure hyperfine de l'atome d'hydrogène en présence d'un champ magnétique extérieur

En plus du couplage spin-orbite $\vec{L} \cdot \vec{S}$ et des autres corrections relativistes, existe un couplage entre le spin électronique \vec{S} d'un atome et son spin d'origine nucléaire \vec{I} . Le Hamiltonien interaction s'écrit $W_1 = \frac{A}{\hbar^2} \vec{S} \cdot \vec{I}$ avec $A = 5,87 \times 10^{-6}$ eV, et conduit à une structuration *hyperfine* des niveaux énergétiques E_{0nLS} d'un atome multiélectronique. On considère par la suite un atome d'Hydrogène dans son état fondamental $1s$ dont l'énergie est notée simplement E_0 .

1. Quel est le degré de dégénérescence de E_0 si on néglige W_1 ? On rappelle que le spin du proton vaut $I = 1/2$.
2. Structure hyperfine
 - a. Comment se simplifie l'expression $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ pour l'état $1s$?
 - b. Construire la base standard $|F, m_F\rangle$ de l'opérateur moment cinétique total $\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$ à partir des vecteurs de la base composée de \vec{S} et \vec{I} ; on rappelle que $|1,0\rangle = (|+, -\rangle + |-, +\rangle) / \sqrt{2}$.
 - c. Donner ensuite l'effet de W_1 sur les niveaux énergétiques correspondants.
 - d. La dégénérescence de la question 1 est-elle levée ?
 - e. Donner la longueur d'ondes associée à l'écart énergétique entre l'état *triplet* et l'état *singlet*.
 - f. Sachant que le milieu interstellaire est composé principalement d'Hydrogène atomique et que la température des nuages interstellaires est suffisante pour induire des transitions entre les deux états hyperfins $F = 1$ et $F = 0$, conclure sur l'importance de la raie à 21 cm de l'Hydrogène en astrophysique.
3. Champ magnétique extérieur On place cet atome d'Hydrogène (état $1s$) dans un champ magnétique extérieur \vec{B} .
 - a. Exprimer le Hamiltonien de couplage magnétique W_B en fonction du moment magnétique orbital $\vec{\mu}_L$ de spin électronique $\vec{\mu}_S$ et de spin nucléaire $\vec{\mu}_I$, puis en fonction de \vec{L} , \vec{S} et \vec{I} et de $\omega_0 = -\frac{q}{2m_e} B$ et $\omega_n = \frac{q}{2M_P} B$.
 - b. Quel est l'effet du terme dépendant de \vec{L} dans le cas présent ?
 - c. De même, que déduisez-vous du rapport ω_N / ω_0 pour l'expression de W_B ?

(T.S.V.P)

4. Effet Zeeman On suppose que l'intensité du champ magnétique \vec{B} est faible de telle sorte que W_B puisse être considéré comme une perturbation du Hamiltonien W_1 .

Donner les corrections aux niveaux énergétiques obtenus à la question 2 de deux façons différentes :

- en s'aidant des vecteurs de la base standard $|F, m_F\rangle$ établis à la question 2.
- en utilisant le théorème de Wigner-Eckart pour exprimer S_z en fonction de F_z . Le théorème de Wigner-Eckart appliqué à un opérateur vectoriel \vec{A} quelconque, ici un moment cinétique, est donné par :

$$\vec{A} = \frac{\langle F, m_F | \vec{A} \cdot \vec{F} | F, m_F \rangle}{\hbar^2 F(F+1)} \vec{F}.$$

- Y-a-t-il levée de dégénérescence ? Tracer l'allure des courbes représentant les niveaux d'énergie en fonction de ω .
- Le niveau $F = 0$ est-il dégénéré ? Est-il déplacé par le champ \vec{B} ?
- Donner l'effet Zeeman du second ordre pour le niveau $F = 0$. Dans le cas général, si le niveau $F = 0$ est le niveau fondamental de l'atome, quel est le signe du déplacement énergétique du second ordre ?

3. Distorsion centrifuge d'une molécule diatomique

Il s'agit d'améliorer le modèle du rotor rigide.

- Rappeler la forme générale de l'énergie de rotation E_J en fonction de la constante rotationnelle B .
- Calcul de la distorsion centrifuge D .
 - Rappeler l'expression du moment cinétique de rotation. On notera ω la pulsation.
 - En considérant que les deux atomes sont liés par un ressort de raideur k (hypothèse harmonique), traduire mathématiquement l'équilibre entre forces d'inertie et élastique.
 - Déduire la nouvelle distance d'équilibre en fonction de k et ω .
 - Retrouver alors l'expression de l'énergie et donner celle de D .
 - Quel est l'effet de la distorsion centrifuge sur l'espacement des niveaux d'énergie ? Commentaires.